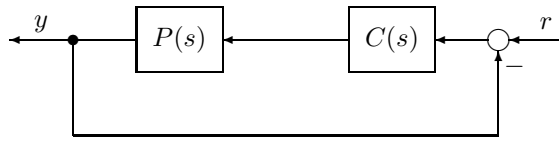


問題 1. 制御対象 $P(s) = \frac{1}{10(s+1)^2}$ に対するフィードバックコントローラ的设计を考える.



問 1. 開ループ特性は $L_0(s) = P(s)$.

- (1) Fig. 1 (a) より, 低周波数ゲイン $\lim_{\omega \rightarrow 0} |L_0(j\omega)| = -20$ [dB] を読み取る.
- (2) Fig. 1 (b) より, $\lim_{t \rightarrow \infty} y_0(t) \approx 0.1$ を読み取る.

あるいは, 閉ループ伝達関数 $G(s) = \frac{L_0(s)}{1 + L_0(s)} = \frac{1}{10(s+1)^2 + 1}$ を求め, ステップ応答のラプラス変換

$$y_0(s) = \frac{1}{s} \cdot G(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{10(s+1)^2 + 1}$$

に対して, 最終値の定理を用いることにより

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_1(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot y_0(s) = \frac{1}{11} \approx 0.091$$

と求めることもできる.

問 2. 積分補償器 $C_1(s) = \frac{1}{s}$ を適用し, 開ループ特性は $L_1(s) = P(s)C_1(s)$.

- (1) Fig. 2 (a) より, それぞれ次の値を読み取る.

ゲイン交差角周波数	$\omega_{gc} = 10^{-1}$ [rad/s] 程度
位相余裕	PM = 80 [deg] 程度
低周波数ゲイン	$\lim_{\omega \rightarrow 0} L_1(j\omega) = \infty$

- (2) Fig. 2 (b) より, $\lim_{t \rightarrow \infty} y_1(t) = 1$ を読み取る.

あるいは, 閉ループ伝達関数 $G(s) = \frac{L_1(s)}{1 + L_1(s)} = \frac{1}{10s(s+1)^2 + 1}$ を求め, ステップ応答のラプラス変換

$$y_1(s) = \frac{1}{s} \cdot G(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{10s(s+1)^2 + 1}$$

に対して, 最終値の定理を用いることにより

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_1(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot y_1(s) = 1$$

と求めることもできる.

- (3) $L_0(s)$ では, 低周波数ゲインが -20 [dB] と定数値にとどまっている. これに対して $L_1(s)$ では, ゲイン特性が低周波数帯域で -20 [dB/dec] の傾きをもつことから, 低周波数ゲインが ∞ となっている. これにより, ステップ入力に対する定常偏差を除去することができている.

問 3. $C_1(s)$ に比例補償を加えた $C_2(s) = 10 \times C_1(s)$ を適用し, 開ループ特性は $L_2(s) = P(s)C_2(s)$.

- (1) Fig. 3 (a) より, それぞれ次の値を読み取る.

ゲイン交差角周波数	$\omega_{gc} = 0.7$ [rad/s] 程度
位相余裕	PM = 20 [deg] 程度
低周波数ゲイン	$\lim_{\omega \rightarrow 0} L_2(j\omega) = \infty$

- (2) $L_1(s)$ では, ゲイン交差角周波数が $\omega_{gc} = 10^{-1}$ [rad/s] である. これに対して $L_2(s)$ では, $\omega_{gc} = 0.7$ [rad/s] と, ゲイン交差角周波数を高く設定することができている. これにより, 制御系の速応性が向上し, ステップ応答の立ち上がりが早くなっている.

問 4. $C_2(s)$ に PD (位相進み) 補償を加えた $C_3(s) = \frac{\omega_3 s + \omega_4}{\omega_4 s + \omega_3} \times C_2(s)$, $\omega_3 = 10$, $\omega_4 = 1$ を適用し, 開ループ特性は $L_3(s) = P(s)C_3(s)$.

(1) Fig. 4 (a) より, それぞれ次の値を読み取る.

ゲイン交差角周波数	$\omega_{gc} = 0.8$ [rad/s] 程度
位相余裕	PM = 45 [deg] 程度
低周波数ゲイン	$\lim_{\omega \rightarrow 0} L_3(j\omega) = \infty$

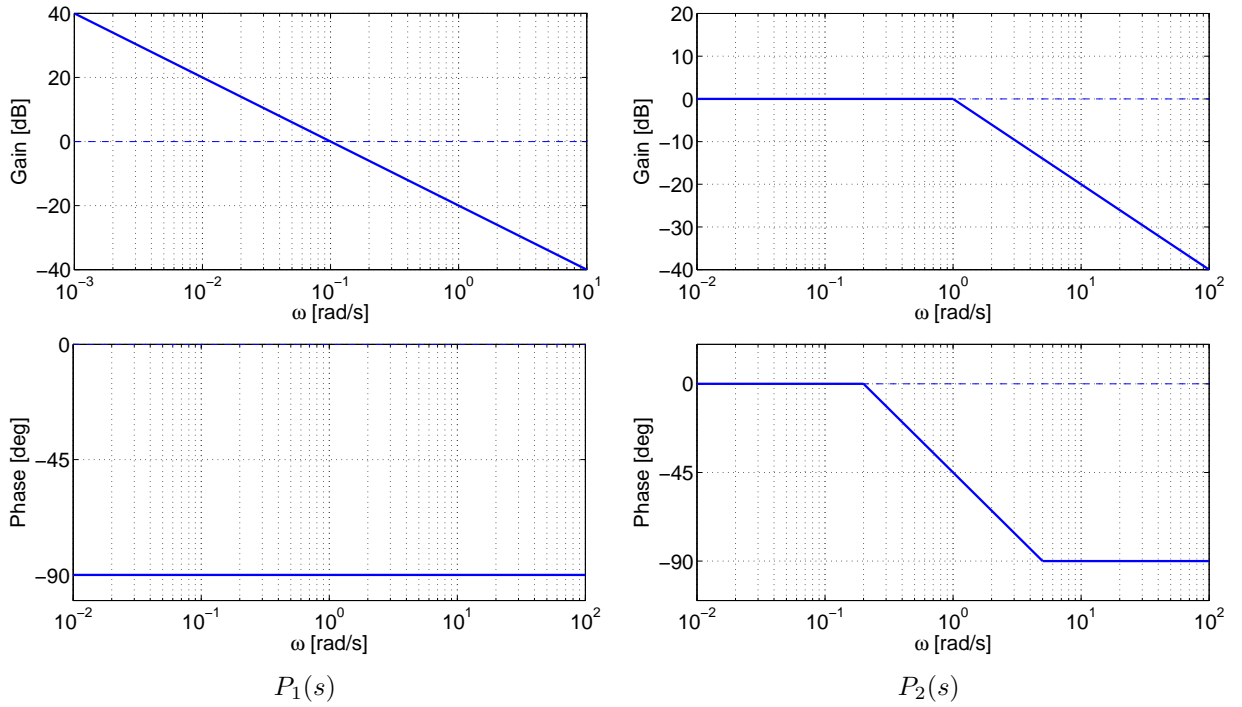
(2) $L_2(s)$ では, 位相余裕が PM = 20 [deg] まで減少した. これに対して $L_3(s)$ では, 位相進み補償器の効果により, PM = 45 [deg] まで位相余裕を増加させることができている. これにより, 制御系の余裕が向上し, 応答の振動的な振る舞いが抑制された.

問題 2. 制御対象 $P(s) = \frac{1}{10s(s+1)}$ に対するフィードバックコントローラ的设计を考える.

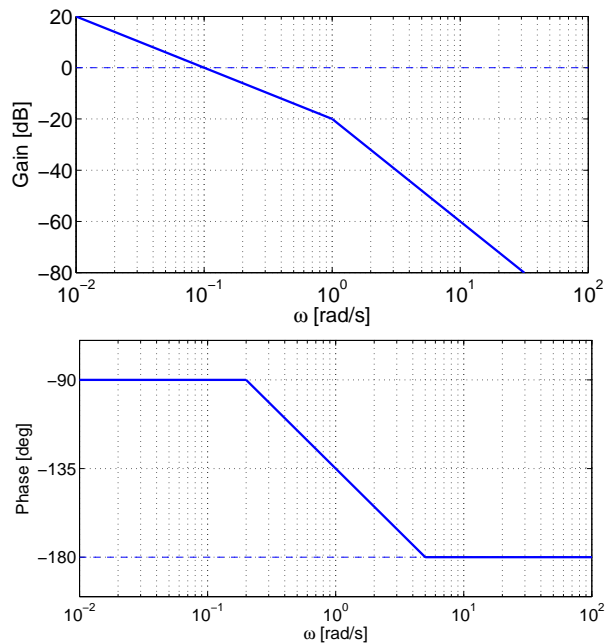
問 1. 周波数伝達関数は, 次のように求められる.

$$P(j\omega) = \frac{1}{10j\omega(j\omega+1)} = \frac{1}{10j\omega} \frac{1}{j\omega+1} = P_1(j\omega)P_2(j\omega)$$

各要素 $P_1(s)$, $P_2(s)$ の周波数特性は, 次のようになる.



各々重ね合わせるにより, $P(j\omega)$ の Bode 線図は, 次のようになる.

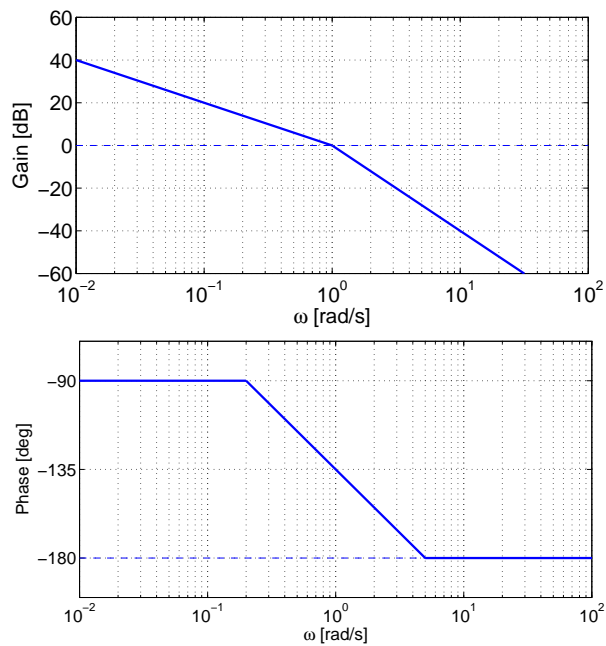


問 2. 問 1. の結果より, それぞれ次の値を読み取る.

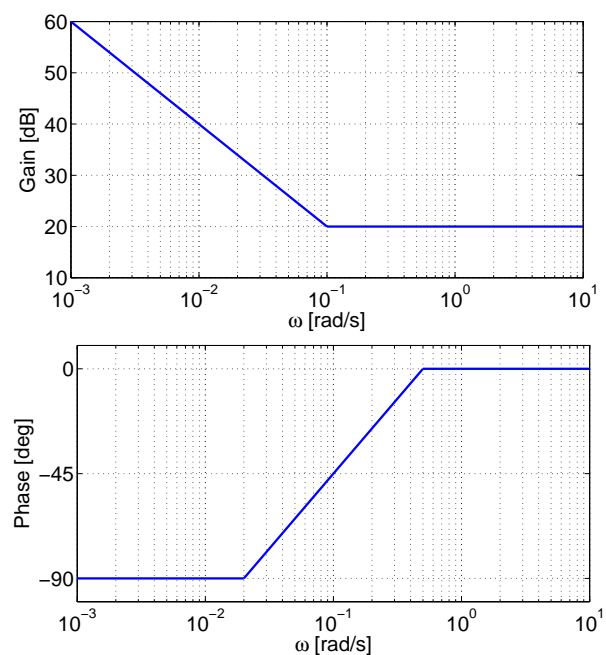
ゲイン交差角周波数	$\omega_{gc} = 10^{-1}$ [rad/s]
位相余裕	PM = 90 [deg]

問 3. 問 1. の結果より, ゲイン $|P(j10^0)| = -20$ [dB] である. したがって, $K = 10$ とすれば, ゲイン交差角周波数を $\omega_{gc} = 10^0 (= 1)$ [rad/s] に設定できる. このとき, 位相 $\angle 10P(j\omega_{gc}) = \angle P(j\omega_{gc}) = -135$ [deg] となるから, 位相余裕 PM = 45 [deg] を確保できる. 設計仕様を満たすことから, $K = 10$ とする.

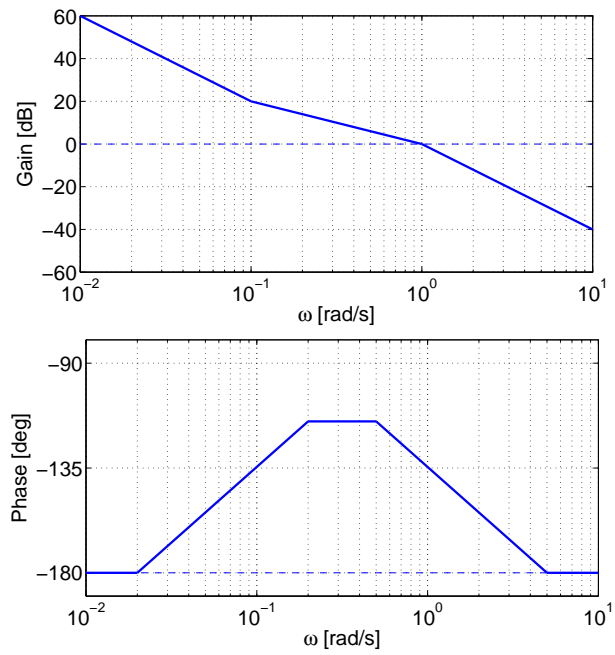
問 4. 問 3. の結果より, $L_1(j\omega)$ の Bode 線図は, 次のようになる. なお, 比例補償によって, 位相特性は変化しないので, $\angle P(j\omega)$ と同じ曲線となっていることに注意する.



問 5. $C_2(j\omega)$ の Bode 線図は, 次のようになる.



問 6. 問 1. および問 5. の結果を各々重ね合わせることで, $L_2(j\omega)$ の Bode 線図は, 次のようになる.



問 7. 問 6. の結果より, それぞれ次の値を読み取る.

ゲイン交差角周波数 $\omega_{gc} = 10^0$ [rad/s]
 位相余裕 $PM = 45$ [deg]