

問題 1.

問 1. u_1 から y までの伝達関数は

$$\frac{1}{s+0.1} + \frac{s}{10s+1} = \frac{10}{10s+1} + \frac{s}{10s+1} = \frac{s+10}{10s+1} \quad (1)$$

となる。これは

$$C_1(s)C_2(s) = \frac{10}{10s+1} \frac{s+10}{10} = \frac{s+10}{10s+1} \quad (2)$$

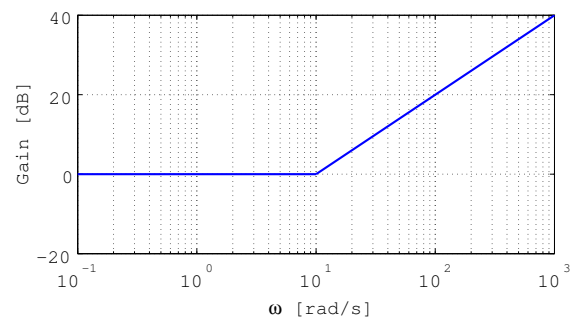
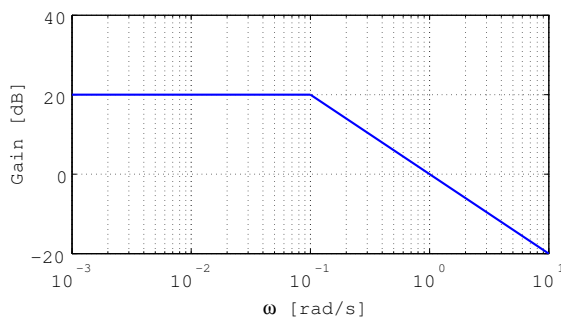
と等価である。

問 2. u から u_1 までの伝達関数 $C_3(s)$ は、以下で与えられる。

$$C_3(s) = \frac{\frac{100}{s}}{1 + \frac{100}{s} \cdot 1} = \frac{100}{s+100} \quad (3)$$

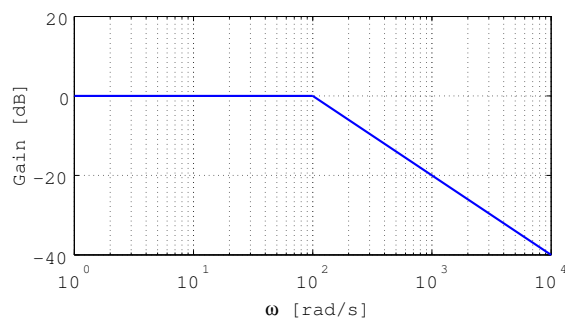
問 3. 周波数伝達関数 $C_1(j\omega), C_2(j\omega)$ は、以下で与えられる。

$$C_1(j\omega) = \frac{10}{10j\omega+1}, \quad C_2(j\omega) = 0.1j\omega+1 \quad (4)$$



問 4. 周波数伝達関数 $C_3(j\omega)$ は、以下で与えられる。

$$C_3(j\omega) = \frac{100}{j\omega+100} = \frac{1}{0.01j\omega+1} \quad (5)$$

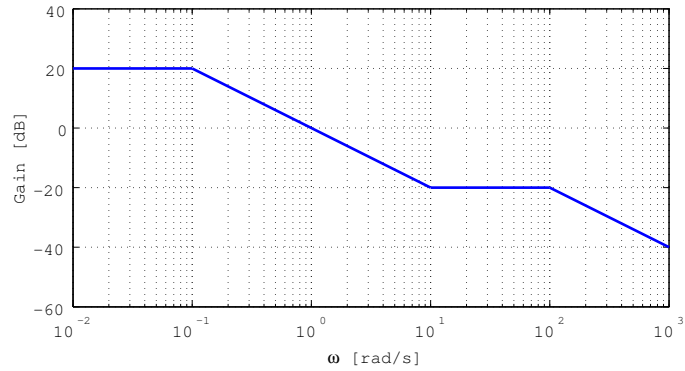


問 5. u から y までの伝達関数 $C(s)$ は、以下で与えられる.

$$C(s) = C_1(s)C_2(s)C_3(s) = \frac{10}{10s+1} \frac{s+10}{10} \frac{100}{s+100} = 10(0.1s+1) \frac{1}{10s+1} \frac{1}{0.01s+1} \quad (6)$$

周波数伝達関数 $C(j\omega)$ は、以下で与えられる.

$$C(j\omega) = 10(0.1j\omega+1) \frac{1}{10j\omega+1} \frac{1}{0.01j\omega+1} \quad (7)$$



問 6. 問 5. のゲイン線図において、 $\omega = 1 = 10^0$ に注目すると

$$A_1 = |C(j1)| = 1 \quad (8)$$

また、計算では以下のように求められる.

$$A_1 = |C(j1)| = \left| 10(0.1j+1) \frac{1}{10j+1} \frac{1}{0.01j+1} \right| \quad (9)$$

$$= 10 \frac{\sqrt{1.01}}{\sqrt{101}\sqrt{1.0001}} (\approx 1) \quad (10)$$

問 7. 問 5. のゲイン線図において、 $\omega = 30$ に注目すると

$$A_2 = |C(j30)| = 0.1 \quad (11)$$

また、計算では以下のように求められる.

$$A_2 = |C(j30)| = \left| 10(3j+1) \frac{1}{300j+1} \frac{1}{0.3j+1} \right| \quad (12)$$

$$= 10 \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{90001}\sqrt{1.09}} (\approx 0.1) \quad (13)$$

問題 2.

問 1.

$$L(s) = P(s)K(s) = \frac{100}{s(s+20)} \quad (14)$$

$$G_{yr}(s) = \frac{P(s)K(s)}{1 + P(s)K(s)} = \frac{\frac{1}{s(s+20)}100}{1 + \frac{1}{s(s+20)}100} \quad (15)$$

$$= \frac{100}{s^2 + 20s + 100} = \frac{100}{(s+10)^2} \quad (16)$$

$$G_{ur}(s) = \frac{K(s)}{1 + P(s)K(s)} = \frac{100}{1 + \frac{1}{s(s+20)}100} \quad (17)$$

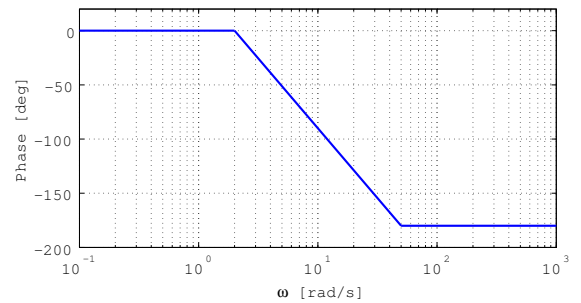
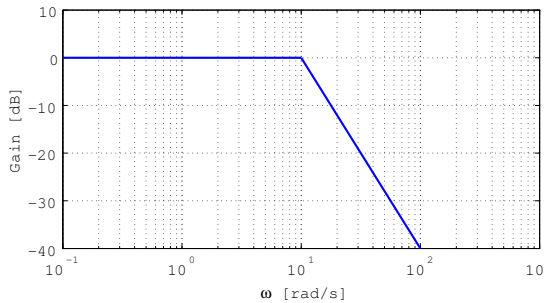
$$= \frac{100s(s+20)}{s^2 + 20s + 100} = \frac{100s(s+20)}{(s+10)^2} \quad (18)$$

$$G_{er}(s) = \frac{1}{1 + P(s)K(s)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{s(s+20)}100} \quad (19)$$

$$= \frac{s(s+20)}{s^2 + 20s + 100} = \frac{s(s+20)}{(s+10)^2} \quad (20)$$

問 2. 周波数伝達関数 $G_{yr}(j\omega)$ は、以下で与えられる.

$$G_{yr}(j\omega) = \frac{100}{(j\omega + 10)^2} = \frac{1}{(0.1j\omega + 1)^2} \quad (21)$$



問 3. $\omega = 10$ [rad/s]: 問 2. の Bode 線図より, $A_1 = 1$, $\phi = -90^\circ$. また, 計算では以下のように求められる.

$$A_1 = |G_{yr}(j10)| = \left| \frac{100}{(10j + 10)^2} \right| = \frac{1}{2} \quad (22)$$

$$\phi_1 = \angle G_{yr}(j10) = \angle 100 - \angle(10j + 10) - \angle(10j + 10) \quad (23)$$

$$= 0 - 45 - 45 = -90 \text{ [deg]} \quad (24)$$

$\omega = 30$ [rad/s]: 問 2. の Bode 線図より, $A_1 = 0.1$, $\phi = -150^\circ$. また, 計算では以下のように求められる.

$$A_1 = |G_{yr}(j30)| = \left| \frac{100}{(30j + 10)^2} \right| = \frac{1}{10} \quad (25)$$

$$\phi_1 = \angle G_{yr}(j30) = \angle 100 - \angle(30j + 10) - \angle(30j + 10) \quad (26)$$

$$= 0 - \tan^{-1} 3 - \tan^{-1} 3 \approx -143 \text{ [deg]} \quad (27)$$

問題 3.

問 1.

$$m\ddot{y}(t) = u(t) - c_1\dot{y}(t) - c_2y(t) \quad (28)$$

問 2. 問 1. の式をラプラス変換すると

$$m(s^2y(s) - sy(0) - \dot{y}(0)) = u(s) - c_1(sy(s) - y(0)) - c_2(sy(s) - y(0)) \quad (29)$$

初期条件: $y(0) = 0, \dot{y}(0) = 0$ より

$$\begin{aligned} m(s^2y(s) - 0 - 0) &= u(s) - c_1(sy(s) - 0) - c_2(sy(s) - 0) \\ ms^2y(s) &= u(s) - c_1sy(s) - c_2sy(s) \end{aligned} \quad (30)$$

この式を変形し、最終的に $y(s)/u(s)$ とする.

$$\begin{aligned} ms^2y(s) + c_1sy(s) + c_2sy(s) &= u(s) \\ \{ms^2 + (c_1 + c_2)s\}y(s) &= u(s) \\ \frac{y(s)}{u(s)} &= \frac{1}{ms^2 + (c_1 + c_2)s} = P(s) \end{aligned} \quad (31)$$

$m = 4, c_1 = 1/2, c_2 = 3/2$ を代入する.

$$P(s) = \frac{1}{4s^2 + \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\right)s} = \frac{1}{4s^2 + 2s} \quad (32)$$

問 3. 振幅 A_1 は, $\omega = 1/2$ のときのゲイン $|P(j\omega)|$ である. $|P(j\omega)|$ を求める.

$$|P(j\omega)| = \frac{|1|}{|-4\omega^2 + 2j\omega|} = \frac{1}{\sqrt{(-4\omega^2)^2 + (2\omega)^2}} \quad (33)$$

$\omega = 1/2$ を代入すると, 以下のようになる.

$$A_1 = \left| P\left(\frac{1}{2}j\right) \right| = \frac{1}{\sqrt{\left(-4\left(\frac{1}{2}\right)^2\right)^2 + \left(2\left(\frac{1}{2}\right)\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (34)$$

問 4.

$$T(s) = \frac{P(s)k}{1 + P(s)k} = \frac{\frac{1}{4s^2 + 2s}k}{1 + \frac{1}{4s^2 + 2s}k} = \frac{k}{4s^2 + 2s + k} \quad (35)$$

問 5. $A_2 = 10$ は, $\omega = \frac{\sqrt{k}}{2} = \frac{\sqrt{k}}{2}$ のときのゲイン $|T(j\omega)|$ である. $|T(j\omega)|$ を求める.

$$|T(j\omega)| = \frac{|k|}{|-4\omega^2 + 2j\omega + k|} = \frac{k}{\sqrt{(-4\omega^2 + k)^2 + (2\omega)^2}} \quad (36)$$

$\omega = \frac{\sqrt{k}}{2}$ を代入すると, 以下のようになる.

$$A_2 = \left| T\left(\frac{\sqrt{k}}{2}j\right) \right| = \frac{k}{\sqrt{\left(-4\left(\frac{\sqrt{k}}{2}\right)^2 + k\right)^2 + \left(2\left(\frac{\sqrt{k}}{2}\right)\right)^2}} = \frac{k}{\sqrt{k}} = \sqrt{k} \quad (37)$$

ゆえに, $k = 100$ とすればよい.